共通テスト対策

数学Ⅰ　数と式

無理数の整数部分

学習時間の目安 30分

目標　共通テストの記述問題では，過不足なく，問われていることに正しく答えなければならない。このユニットでは，問われていることに対して，適切に解答するために必要な観点を身につけよう。

速効アプローチ

記述式の解答は，採点者の視点をもって書く

① 問われていることを確認する
② 登場人物の思考の流れに沿って考える
③ 数学の定義などに気を付けて記述する

step1　例題で速効アプローチをつかむ

例題　太郎さんは高校１年生の１学期に習った範囲の復習をしているとき，次のような問題を見つけた。

【問題】$5+\sqrt{31}$ の整数部分を求めよ。

太郎さんは，整数部分について思い出そうとして，花子さんに相談した。

太郎　整数部分って，どうすれば求められるのかな。例えば，$\sqrt{2}$ だったら，

$\sqrt{2}=1.4142\cdots\cdots$（ひとよひとよに……）

だから整数部分は，１だとわかるけれど，$\sqrt{31}$ は覚えてないなあ。

花子　近似値を覚えている無理数だったらいいけど，覚えられるものには限界があるよね。

整数部分は求め方があるよ。

$$n^2<31<(n+1)^2$$

のように，２乗して，不等号ではさむことができる連続する整数を探せばいいよ。

太郎　なるほど。いくつか整数を２乗して調べたら，……。

（あ）という不等式が成り立つね。

ここから $5+\sqrt{31}$ の整数部分が求められそうだ。

$5+\sqrt{31}$ の整数部分を求めるために適切な不等式を求めよ。解答は解答欄（あ）に記述せよ。不等式は (整数) $<5+\sqrt{31}<$ (整数) の形で答えよ。

1 問われていることを確認する

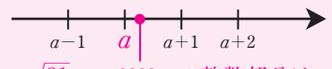
問題のシーンは，高校１年生の１学期に習った範囲の復習をしているときに見つけた【問題】がスタートになっている。そして，ここで問われているのは，【問題】の答えを求めることではなく，それを求めるためにつくる不等式だ。与えられた条件と問われていることをきちんと把握して取り組もう。

2 登場人物の思考の流れに沿って考える

【問題】を解くことが目的ではない。太郎さんと花子さんの会話から，最後に求められていることに対して，どのように考えていくべきかをつかもう。ここでは，$\sqrt{31}$ の値を覚えていないけれど，２乗した値を連続する整数の平方数と大小比較する不等式を立てられれば良いという花子さんの提案が大事だね。

イメージ

$a^2<(\sqrt{31})^2<(a+1)^2$



$\sqrt{31}=a.????\cdots$ の整数部分は a

3 数学の定義などに気を付けて記述する

記述問題は，次の観点に気を付けながら答えよう。この問題は，不等式で答える問題なので，等号を含むかどうかに気を付けて記述しよう。

1. 設問文で与えられた解答の条件を満たしているか。
2. 数学的な表現として，定義と異なるものになっていないか。
3. 変数の定義をきちんとおさえているか。

（あ）に当てはまる不等式は（　　）

下の解説を見て，答え合わせをしよう。

$5+\sqrt{31}$ について，整数部分が不明なのは，$\sqrt{31}$

$5^2<31<6^2$ なので $5<\sqrt{31}<6$

最後に，元の値の不等式をつくると，

$5+5<\sqrt{31}+5<6+5$ より，$10<5+\sqrt{31}<11$ ……（あ）の(答)

step1 はここまで！

速効アプローチを使って問題を解いてみよう！

無理数の整数部分

共通テスト対策

速効アプローチ
記述式は，採点者の視点をもって書く
① 問われていることを確認する
② 登場人物の思考の流れに沿って考える
③ 数学の定義などに気を付けて記述する

step2 速効アプローチを使って問題を解く

太郎さんと花子さんのクラスでは，数学の授業で次のような宿題が出された。

【宿題】
次の数の整数部分を求めよ。
［1］ $2\sqrt{13}$
［2］ $\sqrt{29}+\sqrt{41}$

2 人の会話を読み，下の問いに答えよ。

太郎 ［1］を考えてみるね。
$\boxed{ア} < 13 < \boxed{イウ}$ だから，$3 < \sqrt{13} < 4$
この不等式の各辺を 2 倍して，$6 < 2\sqrt{13} < 8$ よって，$2\sqrt{13}$ の整数部分は，7
これが［1］の答えだよ。
花子 本当にそうなのかな？
$\boxed{\quad エ \quad}$ から，7 とはいえないよ。

(1) $\boxed{ア}$，$\boxed{イウ}$ に当てはまる数値を答えよ。

(2) $\boxed{エ}$ に当てはまる最も適当なものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。
⓪ 整数部分は 7 ではなく 6 である
① 整数部分は 7 ではなく 8 である
② この不等式からは，整数部分は，6 か 7 かわからない
③ この不等式からは，整数部分は，6 か 7 か 8 かわからない

(3) $2\sqrt{13}$ の整数部分を求めるために適切な不等式を求めよ。解答は解答欄 $\boxed{（あ）}$ に，記述せよ。不等式は，(整数) $< 2\sqrt{13} <$ (整数) の形で答えよ。

太郎 次は［2］だね。
$5 < \sqrt{29} < 6$ ……①
$6 < \sqrt{41} < 7$ ……②
だから，①②を辺々足し合わせて，
$5+6 < \sqrt{29}+\sqrt{41} < 6+7$
より，
$11 < \sqrt{29}+\sqrt{41} < 13$
あれ？これだとさっきと同じように整数部分が定まらないね。
花子 11 と 13 だと，幅が 2 だから 1 つに定まらないね。
幅を 1 にするにはどうすればよいかな？

(4) $\sqrt{29}+\sqrt{41}$ の整数部分を求めるときにすることとして最も適当なものを，次の⓪～②から一つ選べ。$\boxed{オ}$
⓪ 不等式②の辺々から不等式①の辺々を引き不等式をつくる。
① $\sqrt{29}$，$\sqrt{41}$ をそれぞれ 2 乗したものの和を求める。
② $\sqrt{29}$，$\sqrt{41}$ それぞれについて，$\dfrac{m}{2} \leqq \sqrt{29} < \dfrac{m+1}{2}$，$\dfrac{n}{2} \leqq \sqrt{41} < \dfrac{n+1}{2}$ を満たす整数 m, n を求める。

(5) (4)で選んだ方法により，$\sqrt{29}+\sqrt{41}$ の整数部分を求めよ。$\boxed{カキ}$

解答番号	解答欄
ア	⊖ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
イ	⊖ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
ウ	⊖ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
エ	⊖ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
オ	⊖ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
カ	⊖ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
キ	⊖ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

（あ）

わからなかったことをすぐに確認することが,実力UPへの第一歩！
別冊の解答・解説へ GO!

共通テスト対策

数学Ⅰ　数と式

無理数の整数部分

共通テスト対策 解答解説

速効アプローチ を使って題意をつかめたか確認しよう

(1)　$9<13<16$ …… ア，イウの（答）

すなわち $3^2<13<4^2$

よって，

$3<\sqrt{13}<4$

(2)　$2\sqrt{13}$ が不等式 $6<2\sqrt{13}<8$ と表されていると，連続する整数ではさまれていないので，整数部分は定まらず，$2\sqrt{13}$ の整数部分は 6 か 7 であることがわかる。A

よって，適切な選択肢は，

この不等式からは，整数部分は，6 か 7 かわからない

②……エの（答）

(3)　$2\sqrt{13}=\sqrt{4\cdot 13}=\sqrt{52}$ B

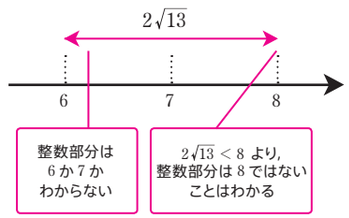
ここで，

$49<52<64$　すなわち　$7^2<52<8^2$

よって，$7<\sqrt{52}<8$

すなわち，$7<2\sqrt{13}<8$ ……（あ）の（答） C

A



B **根号を含む式の大小は，2 乗して比較する。**

「整数部分を求めるための不等式」なので，連続する 2 つの整数ではさむような不等式をつくる。無理数を 2 乗して整数にするとき，$2\sqrt{13}$ そのままではなく，2 を $\sqrt{}$ の中に入れて $\sqrt{4\cdot 13}$ にしてから 2 乗する。

C これより $2\sqrt{13}$ の整数部分は 7 であることがわかる。

記述問題の自己採点

正答例　$7<2\sqrt{13}<8$

《留意点》不等号に $\leqq$ を用いているものは誤答とする。

誤答例　例 1　$6<2\sqrt{13}<8$

ここが誤り！　太郎さんと同じように，$3<\sqrt{13}<4$ を 2 倍してしまっている。

例 2　$7\leqq 2\sqrt{13}\leqq 8$

ここが誤り！　問題文で「(整数) $<2\sqrt{13}<$ (整数) の形で」と求められているので，それに従おう。

(4)　(5)で実際に求める解法になっているので，1 つずつ考えてみると，

②……オの（答）

キミが選んだ選択肢から解説&アドバイス

⓪を選んだキミは

$A>B$，$C>D$ のとき，$A-C>B-D$ と思ってしまったのかな？

具体的な数字を代入して確認してみよう。

$A>B$，$C>D$ のとき，$A-C>B-D$ とは限らないので，②と①の辺々をそれぞれ引いた不等式も成り立つとは限らない。

例）$10>8$，$7>1$ だが

左辺は $10-7=3$，右辺は $8-1=7$

となり，$3>7$ とならない。

①を選んだキミは

$(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2=(\sqrt{a})^2+(\sqrt{b})^2$ と思ってしまったのかな？

$(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2$ を展開して確認しよう。

$\sqrt{a}+\sqrt{b}=x$ とおき，両辺を 2 乗すると，

$(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2=x^2$

$a+b+2\sqrt{a}\sqrt{b}=x^2$

であるから，$(\sqrt{a})^2+(\sqrt{b})^2\neq x^2$

$\sqrt{a}$ と $\sqrt{b}$ をそれぞれ 2 乗して足しても，和の 2 乗にはならない。

②を選んだキミは

正解！

$5<\sqrt{29}<5.5$　$6<\sqrt{41}<6.5$

なので，2 つの式の辺々を足すと，$11<\sqrt{29}+\sqrt{41}<12$ となり，連続する 2 つの整数ではさむことができるので，正解。

(5)　$25<29<30.25$　すなわち　$5^2<29<(5.5)^2$

よって，

$5<\sqrt{29}<5.5$ ……(i)

また，$36<41<42.25$　すなわち　$6^2<41<(6.5)^2$

よって，

$6<\sqrt{41}<6.5$ ……(ii)

(i)と(ii)を辺々加えて，

$5+6<\sqrt{29}+\sqrt{41}<5.5+6.5$

すなわち，

$11<\sqrt{29}+\sqrt{41}<12$

よって，$\sqrt{29}+\sqrt{41}$ の整数部分は，11 ……カキの（答）

速効アプローチ が身についたか，確認しよう！