

ノート を使って取り組もう! ▶ あからないときは解答解説ページの「解答の指針」を見てから解いてみよう。

2 次方程式 $x^2 - 2ax + a + 6 = 0$ の異なる 2 つの実数解が、次の条件を満たすような定数 a の値の範囲を求めよ。

- (1) 2 つの実数解がともに正
 (2) 2 つの実数解がともに 2 より小さい

(「ゼミ」オリジナル)

次, 解ける
力をつける!
解き直し
リスト

1 「解答解説」で振り返ってしっかり理解!

2 「解説」を読んで気づいたことや次までにやることを書いておこう! (ノートに書いてもOK!)

3 解き直す問題を → できるまで解き直して合格力アップ!

2 次方程式の解の条件

解答の指針

2 次方程式の解についての問題だが、解の公式で 2 つの解を求め、それらがともに正、などとして式をつくると、根号を含む不等式になり、計算が煩雑になる。このようなときは、方程式の実数解を、2 次関数のグラフと x 軸の共有点の x 座標と読みかえて考えよう。

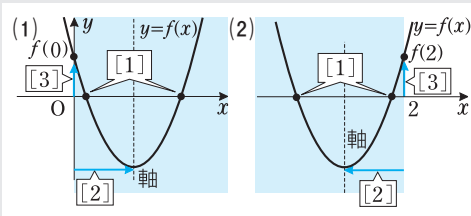
POINT 1 2 次関数のグラフと x 軸の共有点の問題に読みかえて、グラフをかく

$x^2 - 2ax + a + 6 = 0$ ……①, $f(x) = x^2 - 2ax + a + 6$ とおくと、
「①の実数解 $x \iff y = f(x)$ のグラフと x 軸の共有点の x 座標」である。よって、 $y = f(x)$ のグラフと x 軸の共有点が、 x 軸のどの位置にあるかを調べる問題となる。条件を満たすためにはグラフがどのような状態になればよいか、実際にグラフをかいて考えよう。

POINT 2 グラフの状態を、判別式、軸、境界における値 $f(k)$ から読みとる

(1), (2) の条件を満たす $y = f(x)$ のグラフは、それぞれ右の図ようになる。そこで、この図で表現された条件を、[1] 判別式の符号、[2] 軸の位置、[3] 境界における値 $f(k)$ について考えて得られる不等式で表現しよう。

(「この 1 題から応用力 UP!」参照)



POINT 3 不等式の解の共通部分を考える

[1], [2], [3] によって得られた条件は、問題文で与えられた条件と一致する。連立不等式なので、それぞれの不等式の解の共通部分を考えよう。

解答 間違えた原因やどうすれば解けたかを考えながら読もう。 も参考にしよう!

$$x^2 - 2ax + a + 6 = 0 \quad \text{……①}$$

$$f(x) = x^2 - 2ax + a + 6 \quad \text{A}$$

とおくと、 $f(x) = (x-a)^2 - a^2 + a + 6$

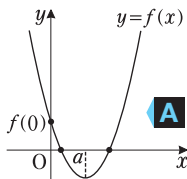
(1) $y = f(x)$ のグラフが、 x 軸の正の部分と異なる 2 つの共有点をもつための条件は、①の判別式を D とすると、 **B**

□ 方程式をグラフの問題に読みかえられたか

$$\begin{cases} \frac{D}{4} = a^2 - a - 6 = (a+2)(a-3) > 0 & \text{……②} \\ \text{軸} : a > 0 & \text{……③} \\ f(0) = a + 6 > 0 & \text{……④} \end{cases}$$

をすべて満たすことである。

□ グラフから 3 つの不等式を導けたか



A POINT 1
2 次関数のグラフと x 軸の共有点の問題に読みかえて、グラフをかく

B POINT 2
グラフの状態を、判別式、軸、境界における値 $f(k)$ から読みとる
[1] 判別式 > 0
[2] 軸 $a > 0$
[3] $f(0) > 0$
正の解ということは、0 より大きいということなので、[3] では $f(0)$ を調べる。